



**OTIMIZAÇÃO NO CUSTO DO PROCESSO DE PRODUÇÃO NA
FORMULAÇÃO DE RAÇÃO PARA NUTRIÇÃO ANIMAL DOS GADOS
DE ELITE ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA E
APLICAÇÃO PRÁTICA DO SOLVER**

M. H. N. TONIN¹, A.D. LIMA², L.C.ASSIS³,

^{1,2,3} Universidade de Uberaba, Departamento de Engenharia Química

RESUMO – *Este trabalho tem como objetivo esclarecer ao produtor rural que a dieta dos animais deve fornecer todos os seus nutrientes essenciais e suprir suas necessidades fisiológicas de crescimento, reprodução e saúde, através de apoios técnicos e econômicos, objetivando minimizar seus custos a partir de uma pesquisa atenta e detalhada sobre níveis nutricionais e preços dos diversos insumos utilizados na alimentação bovina. Para isso é necessário formular uma ração apropriada, com os ingredientes corretos, na quantidade certa, na qualidade almejada e ao menor custo. Dependendo da sensibilidade do produtor, a ração pode ser boa, porém seu custo será elevado. Para isto, foi desenvolvido um sistema para formular rações de boa qualidade e com o mínimo custo, através da otimização, mais especificamente a programação linear. Para resolver problemas de programação linear foi utilizado o Método Simplex. Esse é um método iterativo que modelado e aplicado ao suplemento do Microsoft Excel, Solver, apresenta-se através de inequações lineares de forma quase análoga à solução de equações lineares, os quais geram três relatórios: Resposta, Sensibilidade e Limite. O sistema foi testado com problemas de livros e artigos, cujos resultados são conhecidos. Após os experimentos, conclui-se que o Método Simplex apresenta resultados satisfatórios e que a otimização foi satisfatória em situações reais.*

Palavas-Chave: Otimização; Modelagem matemática; Métodos Simplex; Formulação de ração

ABSTRACT - *The objective of this work is to clarify to the rural producer that the diet of the animals must supply all their essential nutrients and supply their physiological needs of growth, reproduction and health, through technical and economic support, aiming at minimizing their costs from a careful and detailed research on nutritional levels and prices of the various inputs used in cattle feed. For this it is necessary to formulate an appropriate ration, with the right ingredients, in the right amount, in the desired quality and at the lowest cost. Depending on the sensitivity of the producer, the feed may be good, but its cost will be high. For this, a system was developed to formulate rations of good quality and with the minimum cost, through the optimization, more specifically the linear programming. To solve linear programming problems, the Simplex Method was used. This is an interactive method that is modeled and applied to the Microsoft Excel add-on, Solver, presented through linear inequalities almost analogously to the solution of linear equations, which generate three reports: Response, Sensitivity and Limit. The system has been tested with problems from books and articles, whose results are known. After the experiments, it was concluded that the Simplex Method presents satisfactory results and that the optimization was satisfactory in real situations.*

Key Tables: Optimization; Mathematical modeling; Methods Simplex; Formulation of feed



1. INTRODUÇÃO

A formulação de ração é uma necessidade básica na indústria de alimentos para animais. O desenvolvimento do animal está diretamente ligado à sua dieta. O termo utilizado para o alimento que o animal recebe diariamente é ração, e a formulação da ração é a combinação de diferentes ingredientes de maneira a providenciar a quantidade suficiente de nutrientes a um animal em suas diferentes fases do metabolismo. Classes diferentes de animais exigem diferentes quantidades de nutrientes, logo, a ração deve ser formulada de forma a cumprir as necessidades desse animal. O objetivo principal da formulação de ração é alcançar um nível satisfatório de nutrientes do animal com mínimo custo (SAXENA, 2011a). Isso pode ser realizado por meio da otimização.

A otimização trata da busca da melhor solução possível para problemas com mais de uma solução. A solução obtida será tanto melhor e confiável, quanto melhor for o modelo matemático que representa o problema real. Dentro deste conceito, pode-se garantir que, se o modelo matemático for adequado, a solução ótima será tal que atende as equações técnicas do problema real e é a melhor possível considerando o critério de busca. A programação linear é o ramo da otimização que estuda problemas onde as equações técnicas e o critério de busca são lineares. Além disso, se o problema tiver solução, a melhor delas será encontrada (SACOMAN, 1998).

A programação linear tem sido utilizada em problemas de estoque, logística de pessoal, seleção de propaganda, refinamento de óleos, mistura de gasolina, alocação de rotas para aeronaves, gerenciamento da qualidade da água, controle de semáforos, entre outros. Além disso, tem tido um impacto considerável na agricultura e na pesquisa de criação de animais. Logo, a programação linear pode ser implementada para determinar os compostos das rações de, por exemplo, peixes, aves domésticas, suínos e outros animais, com o propósito de aumentar a produtividade dos animais (NATH; TALUKDAR, 2014).

Neste projeto, são chamadas de ingredientes as substâncias que, após a ingestão por animais, são digeridas, absorvidas e utilizadas. Grama e feno são descritos como ingredientes, porém nem todos os seus componentes são digeridos. Todos os componentes que são utilizados pelo animal, como energia, carboidratos, lipídios, entre outros, são chamados de nutrientes.



A dieta de animais, em particular, consiste de ingredientes, tais como plantas e produtos derivados de vegetais, apesar de alguns ingredientes de origem animal, tais como farinha de peixe e leite, serem usados em quantias limitadas. Animais dependem dos vegetais para sua própria existência (MCDONALD et al. 1979).

Um animal está no estado de sustentação quando a composição de seu corpo permanece constante, ou seja, quando não existe aumento de produtos (como o leite) e quando este não exerce nenhum tipo de trabalho. Como animais são raramente deixados nesse estado não lucrativo, o interesse em determinar as necessidades nutricionais fica somente na área acadêmica.

Com o crescimento do animal seu tamanho e peso também aumentam. Os animais começam suas vidas pesando poucos quilos e depois crescem de forma que podem pesar uma tonelada ou mais. Em cada fase da vida do animal (nascimento, puberdade, maturidade) o nível de crescimento varia. Assim, a nutrição do animal está diretamente ligada com seu desenvolvimento. O padrão de crescimento do animal determina os requisitos nutricionais do mesmo. Por causa dessas necessidades, é muito importante formular uma ração eficaz e correta, de tal forma que não comprometa nenhuma função do animal. Desta forma, a ração deve ser formulada levando em consideração os valores nutricionais dos ingredientes e o total de ração que será consumida pelo animal.

A formulação de ração é um procedimento que pode ser efetuado por tentativa, com auxílio de tabelas, formulários ou planilhas. Dependendo da sensibilidade do profissional, poderá ser uma ração de boa qualidade, mas, certamente, seu custo não será o menor possível. A otimização vem em encontro a esta técnica, para confrontá-la e suplantá-la, resolvendo problemas, com os dados e com as restrições originalmente disponíveis, mas com técnicas matemáticas que procuram a melhor solução, encontrando o ponto ótimo de uma função critério, obedecendo todas as premissas do problema originalmente proposto.

O modelo matemático de programação linear que representa a formulação desta ração animal de mínimo custo é representado pela “Função Objetivo”, visto em: $\text{Min } Z = 2A + 1,5B + 1,48C + 0,065D + 21,8D$.

A função critério “Min Z” deve ser minimizada e representa o custo da ração. O custo de cada ingrediente é denotado pela modelagem, sendo ele o valor que acompanha a variável. Há



situações onde o controle de quantidade é efetuado diretamente sobre o nutriente. Neste caso o nutriente será, também, ingrediente e procede-se como descrito. As restrições representam as inequações técnicas de limites e relações entre ingredientes e nutrientes, onde a variável é o recurso disponível ou proporção entre ingrediente ou nutrientes.

Como o sistema descrito é linear, ou seja, todas as equações (função objetivo e equações técnicas) são lineares, a utilização de métodos de programação não linear aumentaria o esforço computacional desnecessariamente. Esses procedimentos podem ser usados, por exemplo, para maximizar o ganho de peso dos animais (SAXENA, 2011b). Diante do exposto, o objetivo principal deste estudo é alcançar um nível satisfatório de nutrientes do animal com mínimo custo.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

Técnicas para solução de problemas de programação linear foram empregadas. A técnica escolhida para esse projeto foi o Método Simplex. Desta forma, a solução do sistema resultará numa ração de mínimo custo onde as exigências nutricionais do animal são respeitadas.

2.1. Materiais

O sistema computacional de formulação de ração de custo mínimo foi desenvolvido no Microsoft Excel, através do suplemento denominado por Solver. Um computador DELL, com processador Intel(R) Core (TM) i3-6006U CPU 2.00 GHz, 4 GB de memória RAM, 1 TB de HD, sistema operacional Windows 10 Home Single Language de 64 bits, foi usado para execução e testes do programa.

2.2. Métodos

O Método Simplex é um procedimento iterativo que resolve problemas que envolvem inequações lineares de forma quase análoga a solução de equações lineares ou a inversão de matriz pelo método de Eliminação de Gauss. O método generalizado foi desenvolvido por George Bernard Dantzig em 1951. (DANTZIG; ORDEN; WOLFE, 1955).

A ideia do Método Simplex é proceder de uma possível solução (um ponto extremo)



para outra dentro de um conjunto de restrições do problema na forma padrão, de tal forma que o valor da função critério vai sendo reduzido ou aumentado (dependendo do tipo do problema) até que o mínimo, ou máximo, seja atingido (LUENBERGER; YINYU, 2008).

Um problema é dito estar na forma padrão quando todas as suas inequações de restrição são transformadas em equações por meio da adição de variáveis que farão o papel da folga ou excesso proveniente da inequação original. Estas variáveis de folga ou excesso também são inseridas na função critério com custo nulo. Para as restrições que já são equações, uma variável artificial deve ser criada com custo infinito.

Com o problema na forma padrão, é possível criar uma tabela chamada Quadro Simplex. É nesse quadro que as soluções serão calculadas, encontradas e a melhor delas prevalecerá. Para esse experimento, foram feitos orçamentos e, após constatar a receita, realizou-se a cotação individual dos insumos e seus respectivos valores.

O modelo matemático de programação linear que representa a formulação desta ração animal de mínimo custo é representado pela “Função Objetivo”, visto em: $\text{Min } Z = 2A + 1,5B + 1,48C + 0,065D + 21,8D$, onde cada variável representa um ingrediente fundamental para a composição da fórmula.

2.2.1. Modelo

Realizou-se a modelagem matemática, através das equações:

Variáveis:

- A – Farinha de Osso
- B – Sal
- C – Farelo de Soja
- D – Bagaço de Cana
- E – Melaço de Cana



Função Objetivo:

- $\text{Min } Z = 2A + 1,5B + 1,48C + 0,065D +$

21,8D Restrições:

- $A + B + C + D + E = 1.000$
- $B \geq 16$
- $A - 3C \geq 0$
- $D \geq 400$
- $D \leq 800$
- $E = 1$

Para tal experimento, utilizou-se uma amostragem de 1.000 cabeças de gado das raças Gir, Guzerá e Sindi, cujo utilizam-se da mesma formulação para nutrição diária.

O primeiro passo foi selecionar o animal para o qual a ração será formulada. Uma vez selecionado o animal, o usuário deve criar a modelagem matemática, caso já não exista.

Nessa modelagem é preciso inserir todos os ingredientes, seus respectivos nutrientes, custo em reais (R\$) e a quantidade presente atualmente na formulação.

É muito importante preenchê-lo corretamente, pois a formulação de ração utiliza esses dados para os cálculos do Método Simplex.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No software MS Excel foi elaborada uma planilha eletrônica com todos os campos necessários para preenchimento pelo usuário e para obtenção dos resultados esperados após a modelagem matemática.



Após completar o desenvolvimento da Planilha Eletrônica, o usuário pode formular a ração. Ao formular a ração, os ingredientes e nutrientes a serem considerados na formulação devem ser selecionados. Feito isso, o usuário deverá preencher as células das restrições. Cada célula apresenta a possibilidade de inserir uma nova inequação de limites relacionados aos ingredientes e nutrientes previamente selecionados.

Uma vez que as inequações técnicas de limites e relações entre ingredientes e nutrientes tenham sido especificadas, a formulação pode ser realizada.

Para isto, foram realizadas as modelagens matemáticas e seus respectivos preenchimentos das lacunas, como ilustra a Figura 1.

Preparo de ração, para uma amostra de 1.000 cabeças de "Gado da Raça Gir, Guzerá e Sindl", misturando: Farinha de Osso, Sal, Farelo de Soja, Cana e Melação de Cana.
O custo do Kg Farinha de Osso é R\$ 2,00; do Sal R\$ 1,50; do Farelo de Soja de R\$ 1,48, da Cana R\$ 0,065 e do Melação de Cana R\$ 21,80.
Deseja-se produzir uma ração com o **menor custo** possível.

O processo deve atender algumas condições:

- a) Deseja-se produzir 1.000 Kg de ração
- b) Deve-se utilizar no mínimo 16 Kg de sal
- c) A quantidade de farinha de osso deve ser no máximo três vezes a quantidade de farelo de soja
- d) Deve-se utilizar entre 400 e 800 Kg de Cana
- e) Deve-se utilizar exatamente 1 Kg de Melação de Cana

Definir as Variáveis, a Função Objetivo e as Restrições.

Variáveis	Farinha de osso	Sal	Farelo de soja	Bagaco de Cana	Melação de Cana	Total		Limite
Objetivo						0		
Minimizar	2	1,5	1,48	0,065	21,8			
Restrições							>=, <= ou =	
a	1	1	1	1	1	0	=	1000
b		1				0	>=	16
c	1		-3			0	>=	0
d				1		0	>=	400
e					1	0	<=	800
							=	1

Figura 1: Planilha Eletrônica contendo a Modelagem Matemática e os dados preenchidos pelo usuário

Para prosseguir, deve-se habilitar o suplemento do Microsoft Excel Solver. Para isso, o usuário deverá clicar no menu “Arquivo” e, em seguida, no submenu “Opções”.

Abrirá a janela “Opções do Excel”. Neste momento o Usuário(a) deverá clicar na opção “Suplementos” e, logo após, selecionar o “Solver”. Por fim, clicar no botão “IR”, de acordo com



a Figura 2.

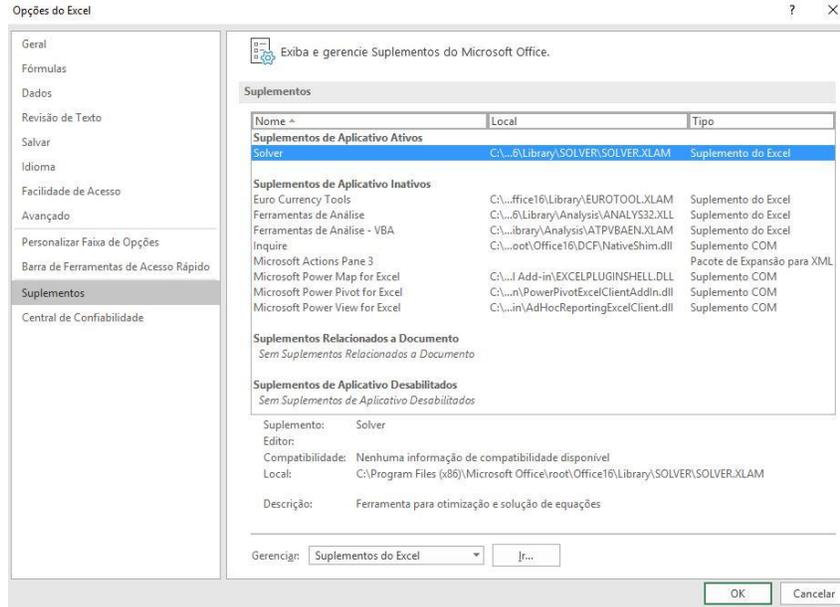


Figura 2: Habilitar o Solver – Passo 1

Na janela “Suplementos”, marcar o checkbox na opção “Solver” e, por fim, clicar no botão “OK”, como apresentado na Figura 3.

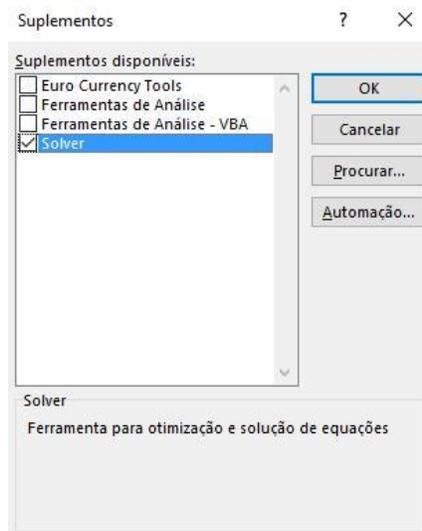


Figura 3: Habilitar o Solver – Passo 2



Após habilitar o Solver, o mesmo estará disponível no menu “Dados”. Basta clicar no menu citado e, em seguida, selecionar a opção “Solver”.

Em seguida, preencher todos os “Parâmetros do Solver”, tais como: “Definir Objetivo”, “Para”, “Alterando Células Variáveis” e “Sujeito às Restrições”. Por fim, clicar no botão “Resolver”, como apresentado na Figura 4.

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para: Máx. Mín. Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$G\$23 = \$I\$23
- \$G\$24 >= \$I\$24
- \$G\$25 >= \$I\$25
- \$G\$26 >= \$I\$26
- \$G\$27 <= \$I\$27
- \$G\$28 = \$I\$28

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Ajuda Resolver Fechar

Figura 4 – Preenchimento dos Parâmetros do Solver

O Método Simplex é executado gerando assim a equação para formulação da razão ótima de mínimo custo. Além disso, a Planilha Eletrônica apresenta três relatórios de Pós Otimização conhecido como Análise de Sensibilidade: Resposta, Sensibilidade e Limite.

Neste momento, caso o Usuário necessite de informações mais detalhadas, ele deverá



selecionar os relatórios e clicar no botão “OK”, conforme ilustra a Figura 5.

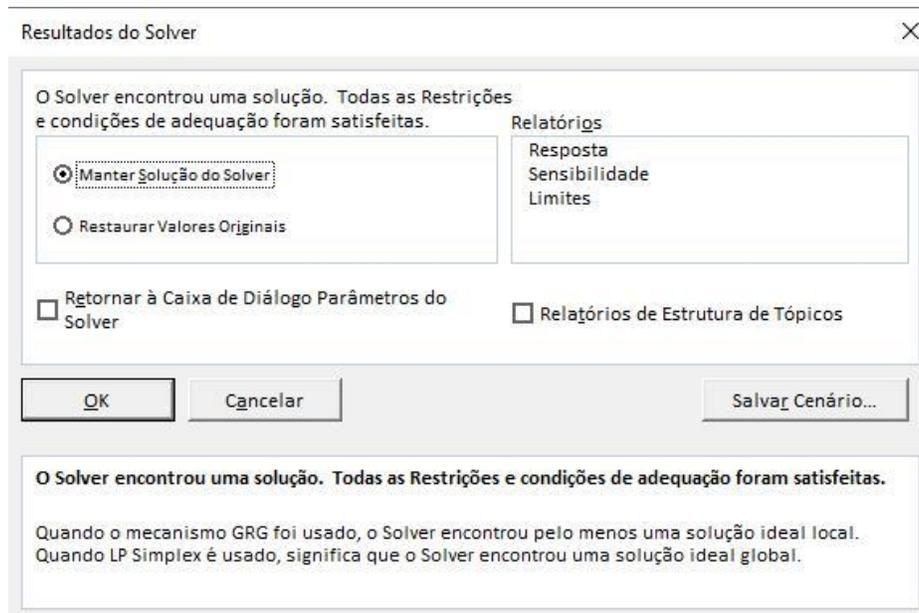


Figura 5 – Resultados do Solver

Essa análise permite ao usuário saber quais variações podem existir no problema de tal forma que a solução ótima continua a mesma.

Esses relatórios contém todas as informações da ração formulada e sua respectiva análise de sensibilidade, os quais podem ser posteriormente salvos ou impressos.

Portanto, a Planilha Eletrônica juntamente da modelagem matemática pode formular a ração ótima de mínimo custo para qualquer animal, contanto que o problema matemático referente à formulação da ração desse mesmo animal tenha sido modelado corretamente, como apresenta-se na Figura 6.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Modelagem Matemática - Programação Linear											
2	Preparo de ração, para uma amostra de 1.000 cabeças de "Gado da Raça Gir, Guzerá e Sind", misturando: Farinha de Osso, Sal, Farelo de Soja, Cana e Melão de Cana.											
3	O custo do Kg Farinha de Osso é R\$ 2,00; do Sal R\$ 1,50; do Farelo de Soja de R\$ 1,48, da Cana R\$ 0,065 e do Melão de Cana R\$ 21,80.											
4	Deseja-se produzir uma ração com o menor custo possível.											
5	O processo deve atender algumas condições:											
6	a) Deseja-se produzir 1.000 Kg de ração											
7	b) Deve-se utilizar no mínimo 16 Kg de sal											
8	c) A quantidade de farinha de osso deve ser no máximo três vezes a quantidade de farelo de soja											
9	d) Deve-se utilizar entre 400 e 800 Kg de Cana											
10	e) Deve-se utilizar exatamente 1 Kg de Melão de Cana											
11												
12												
13	Definir as Variáveis, a Função Objetivo e as Restrições.											
14												
15												
16	Variáveis	Farinha de osso	Sal	Farelo de soja	Bagaco de Cana	Melão de Cana						
17	Resposta	0	199	0	800	1						
18												
19	Objetivo						Total					
20	Minimizar	2	1,5	1,48	0,065	21,8	372,3					
21												
22	Restrições						Total	>=, <= ou =	Limite			
23	a	1	1	1	1	1	1000	=	1000			
24	b		1				199	>=	16			
25	c	1		-3			0	>=	0			
26	d				1		800	>=	400			

Relatório de Respostas 1 | Relatório de Sensibilidade 1 | Relatório de Limites 1 | **Modelagem**

Figura 6 – Resultado Final da Modelagem Matemática através do Métodos Simplex

5. CONCLUSÕES

A Planilha Eletrônica foi desenvolvida para profissionais atuantes na área de nutrição animal, tais como, médicos veterinários, zootecnistas, fabricantes de rações, engenheiros químicos e produtores rurais entre outros. A interface da Planilha Eletrônica foi criada de tal forma que sua utilização não exige conhecimento computacional por parte do usuário. Além disso, os usuários possuem total controle sobre os bancos de dados de animais e de alimentos, contendo informações de ingredientes e suas relações com custo, estoque e os nutrientes.

Por meio de experimentos realizados, observou-se que o sistema apresenta coerência na formulação, uma vez que, as respostas do sistema foram comparadas com as de problemas cujas soluções são conhecidas.

Verificou-se que o Método Simplex aplicado a esse trabalho, apresenta resultados



adequados para a solução de problemas de programação linear. Entretanto, esse método está limitado a problemas lineares. Uma possibilidade seria tratar custos ou variáveis de forma probabilística, que resultaria em modelo não linear.

Conclui-se, portanto, que para um problema linear de formulação de ração bem modelado, a Planilha Eletrônica desenvolvida para este trabalho, retorna a fórmula ótima da ração e com o menor custo possível.

6. REFERÊNCIAS

DANTZIG, G. B., ORDEN, A., WOLFE, P. The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints. *Pacific Journal of Mathematics*, v. 5, n. 2, p. 183-195, 1955.

Pesquisa complementar

LUENBERGER, D. G.; YINYU, Y. *Linear and Nonlinear programming*. 3. ed. New York: Springer Verlag, 2008. 546 p.

MCDONALD, P., EDWARDS, R. A., GREENHALGH, J. F. D., MORGAN, C. A., SINCLAIR, L. A., WILKINSON, R. G. *Animal Nutrition*. 7. ed. London: Prentice hall, 2010. 692 p.

NATH, T.; TALUKDAR, A. Linear Programming Technique in Fish Feed Formulation. In *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. v. 17, p. 132-135, 2014.

SACOMAN, M. A. R. Otimização de Projetos. *Energia na Agricultura*. V. 13, n. 3, p. 66-76, 1998.

SAXENA, P. Optimization techniques for animal diet formulation. In: *Gate2Biotec*, p. 1-5, 2011a.

SAXENA, P. Application of Nonlinear Programming for Optimization of Nutrient Requirements for Maximum Weight Gain in Buffaloes. *International Journal of Food Science and Nutrition Engineering*, v. 1, n. 1, p. 8-10, 2011b.

7. AGRADECIMENTOS

OS AUTORES AGRADECEM À FAPEMIG PELO APOIO PRESTADO.

Uberaba, 31 de Novembro e 01 de Dezembro de 2018